

APROBADO CONSEJO DE FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES			
ACTA	29	DEL	31 de agosto de 2016

FORMATO DE MICROCURRICULO O PLAN DE ASIGNATURA

1. IDENTIFICACIÓN GENERAL			
Facultad	Facultad de Ciencias Exactas y Naturales		
Instituto	Instituto de Física		
Programa(s) Académicos	Astronomía		
Área Académica	Astronomía		
Ciclo	Profesionalización		
Tipo de Curso	Profesional		
Profesores Responsables	Jorge Iván Zuluaga Callejas, Bayron Armando Portilla Revelo		
Asistencia	Obligatoria		
2. IDENTIFICACIÓN ESPECÍFICA			
Semestre	2017-2		
Nombre de la Asignatura	Mecánica Celeste		
Código	0311602		
Semestre en el plan	5		
Número de Créditos	4		
Horas Semestrales	HDD:64	HDA:32	TI:128
Semanas	16		
Intensidad Semanal	Teórico: 4	Práctico: 2	Teórico-Práctico: 0
H (Habilitable)	Si		
V (Validable)	Si		
C (Clasificable)	No		
Prerrequisitos	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (0303257), Física Básica III (0302401)		
Correquisitos	Ninguno		
Sede en la que se dicta	Ciudad Universitaria Medellín		
3. DATOS DE LOS PROFESORES QUE ELABORAN EL PLAN DE ASIGNATURA			
Nombres y Apellidos	Jorge I. Zuluaga, Bayron Portilla Revelo		
Correo Electrónico	jorge.zuluaga@udea.edu.co, bayron232@gmail.com		
4. DESCRIPCIÓN			
<p>El curso de Mecánica Celeste introduce a los estudiantes de Astronomía en los conceptos, teorías y técnicas utilizados para describir y estudiar el movimiento de los cuerpos celestes bajo el efecto de su mutua atracción gravitacional. Se describen en detalles las propiedades geométricas de las curvas cónicas, la base geométrica para la descripción del movimiento de cuerpos bajo el efecto de un potencial gravitacional central o el movimiento perturbado por la presencia de otros cuerpos. Se resuelve en todo detalle el problema de los dos cuerpos y sus aplicaciones específicas en la descripción del movimiento en el</p>			

espacio de cuerpos astronómicos, usando para ello los formalismos vectorial, Lagrangiano y Hamiltoniano de la mecánica. Se estudia el problema de los tres cuerpos, en particular el caso circular restringido. Se introduce el formalismo Hamiltoniano y de transformaciones canónicas como herramienta para profundizar las propiedades dinámicas de los sistemas gravitacionales, sus simetrías, evolución en el sistema de fases y en particular para definir esquemas de integración numérica (simplécticos) que conserven las constantes de movimiento del sistema y que son de gran utilidad no solo en la mecánica celeste sino en otros problemas de la física. Finalmente, se introducen una serie de conceptos básicos, propios de la teoría de sistemas dinámicos y de la teoría del Caos (por ej. Exponentes de Lyapunov, Diagramas de Poincaré, etc) cuya aplicación es directa en las formulaciones modernas de la mecánica celeste.

## 5. JUSTIFICACIÓN

La gravedad da forma y determina la estructura y evolución del Universo y sus componentes a escala astronómica. Para entender la organización y evolución de los sistemas astronómicos es necesario describir y predecir el comportamiento de sus partes bajo el efecto de su mutua gravitación. Fue precisamente pensando en este problema que Newton estableció las bases de la física teórica a través de su obra maestra Los Principios Matemáticos de la Filosofía Natural (1687).

Otros astrónomos, físicos y matemáticos desarrollaron las ideas de Newton con profundidad en los siglos que le siguieron, creando uno de los formalismos físicos y matemáticos más poderosos de la física clásica: la Mecánica Celeste. Inicialmente dirigida a resolver el problema del movimiento de los cuerpos en el Sistema Solar, la Mecánica Celeste se aplica para describir en general problemas que involucran uno o muchos cuerpos que interactúan gravitacionalmente, incluyendo estrellas y planetas en sistemas estelares binarios y múltiples, estrellas en una galaxia, galaxias completas, etc.

Los formalismos desarrollados entre otros por Newton, Euler, Lagrange y Hamilton para resolver y estudiar problemas mecánicos en general, incluyendo aquellos de la mecánica celeste, sirvieron como base además para el desarrollo de la moderna mecánica cuántica. De allí, la introducción a estos formalismos no solo permite al estudiante de Astronomía resolver problemas prácticos específicos en su disciplina, sino también como parte de la fundamentación teórica para otros cursos de física, como el curso de Mecánica Cuántica.

El curso de Mecánica Celeste es equivalente en contenido al curso de Mecánica Teórica o Mecánica Clásica de los currículos de otros programas de ciencias físicas, incluyendo naturalmente el del programa de Física en el Instituto de Física de la Universidad de Antioquia. La diferencia fundamental entre este curso y el de Mecánica Clásica es que los problemas y aplicaciones considerados aquí son específicos del dominio de las interacciones gravitacionales y en general de los problemas de fuerza central, mientras que en el curso de Mecánica Clásica se consideran ejemplos más diversos. En lo que respecta a la fundamentación teórica básica en los formalismos Lagrangiano y Hamiltoniano ambos cursos tienen la misma profundidad y estructura.

## 6. OBJETIVOS

### Objetivo General:

Introducir los formalismos vectorial, lagrangiano y hamiltoniano de la mecánica clásica para aplicarlos en la descripción y solución de problemas que involucren la interacción gravitacional de uno o muchos cuerpos en Astronomía

### Objetivos Específicos:

Al terminar el semestre el estudiante podrá:

Objetivos Conceptuales:

Enumerar las propiedades geométricas básicas de las curvas cónicas, parábolas, elipses e hipérbolas.

Enumerar las cantidades cinemáticas y dinámicas básicas, así como las leyes fundamentales que las relacionan, usadas para describir el estado dinámico de una partícula o un sistema de partículas en la teoría newtoniana del movimiento.

Escribir las ecuaciones de movimiento de un sistema de partículas que interactúan gravitacionalmente (problema de los N-cuerpos)

Definir el concepto de constante o integral de movimiento en el formalismo vectorial de la mecánica.

Escribir las ecuaciones de movimiento de un sistema de 2 partículas que interactúan gravitacionalmente (problema de los dos cuerpos).

Identificar las relaciones matemáticas existentes entre las propiedades dinámicas de un sistema de dos cuerpos (masas, momento angular, energía) y las propiedades geométricas (semilatus rectum, excentricidad) de la trayectoria que ellos describen.

Definir el concepto de restricción (constraint) y enumerar sus tipos.

Enunciar el principio de D'Alembert.

Enunciar el principio de Hamilton.

Enumerar las condiciones necesarias para definir el Lagrangiano de un sistema.

Definir e identificar las variables cíclicas y los momentos generalizados de un sistema conocido su Lagrangiano.

Mostrar a través del concepto de variables cíclicas y momentums generalizados como las simetrías de un sistema y de su Lagrangiano están asociadas con la conservación de cantidades físicas.

Definir el potencial efectivo y usarlo para clasificar las órbitas del problema de dos cuerpos sometidos a una fuerza central así como para encontrar los valores límite de la variable radial.

Definir los elementos orbitales clásicos que permiten identificar la orientación de una órbita cónica en el espacio de 3 dimensiones.

Discutir las razones que hacen imposible la solución analítica al problema de los 3 cuerpos y las condiciones requeridas para obtener soluciones restringidas.

Definir la constante de Jacobi y su relación con la energía en el sistema de los tres cuerpos.

Definir el concepto de curvas de cero velocidad y la manera cómo estas se usan para estudiar las propiedades del sistema restringido circular de los tres cuerpos.

Enumerar algunas aplicaciones de las propiedades reconocidas del problema

restringido circular de los tres cuerpos.

Explicar conceptualmente porque algunos puntos de Lagrange pueden ser puntos estables mientras que otros pueden ser inestables.

Enumerar las condiciones requeridas para que el Hamiltoniano coincida con la energía de un sistema y para que esta cantidad se conserve.

Definir una transformación canónica y enumerar las condiciones requeridas para que lo sean.

Definir los exponentes de Lyapunov como una medida del caos presente en un sistema dinámico.

Introducir el concepto de Diagrama de Poincaré y deducir propiedades observables del sistema a partir de él.

Enunciar el teorema de Kolmogorov-Arnold-Moser y su aplicación a la estabilidad de órbitas cuasiperiódicas relacionadas con la existencia de pequeñas perturbaciones a los movimientos keplerianos.

#### Objetivos Actitudinales:

Reconocer la importancia de las diferentes formulaciones de la mecánica en la solución de problemas complejos y para la apertura de nuevas fronteras del conocimiento, como la teoría cuántica.

Demostrar compromiso para conocer y asimilar las herramientas computacionales que le permitirán al estudiante abordar problemas complejos en mecánica celeste.

Describir la importancia de la representación gráfica de los datos para el trabajo científico.

Valorar el trabajo realizado por desarrolladores de software e ingenieros en la creación de herramientas que facilitan el trabajo científico.

#### Objetivos Procedimentales:

Deducir a partir de las propiedades geométricas básicas de las curvas cónicas, las ecuaciones algebraicas que describen las y aplicarlas para describir otras propiedades geométricas derivadas.

Usando el formalismo vectorial de la mecánica deducir las 10 constantes de movimiento en el problema de los N-cuerpos.

Demostrar la equivalencia del problema de los 2 cuerpos a la de un sistema reducido de un cuerpo atraído por un potencial central.

Usando el formalismo vectorial de la mecánica deducir las constantes de movimiento del problema.

Resolver el problema de los cuerpos sometidos a su mutua interacción gravitacional, demostrando que la trayectoria descrita por cada uno de ellos es una trayectoria cónica.

Deducir las ecuaciones de Lagrange a partir del principio de D'Lambert.

Deducir las ecuaciones de Euler-Lagrange a partir del principio de Hamilton y el cálculo de variaciones.

Mostrar a través de un ejemplo básico las ventajas del formalismo lagrangiano en contraposición con el formalismo vectorial tradicional de la mecánica newtoniana.

Deducir la función de energía y enumerar las condiciones necesarias para que se conserve en un sistema físico.

Escribir el Lagrangiano de un sistema de dos cuerpos sometidos a una fuerza central.

Demostrar que el Lagrangiano del sistema de dos cuerpos sometidos a una fuerza central es equivalente al sistema reducido de un cuerpo.

Deducir las integrales de movimiento del sistema de dos cuerpos usando el formalismo lagrangiano y compararlas con las mismas calculadas con el formalismo vectorial tradicional.

Deducir las ecuaciones de movimiento del problema de los dos cuerpos usando las ecuaciones de Euler-Lagrange para el sistema.

Resolver en el tiempo el problema gravitacional de los dos cuerpos usando las ecuaciones de movimiento obtenidas a partir de las Ecuaciones de Euler Lagrange y con ello deducir la ecuación de Kepler.

Deducir la tercera ley de Kepler del movimiento planetario.

Deducir las ecuaciones de transformación entre el vector de estado de una partícula en el problema de los dos cuerpos reducido y los elementos orbitales clásicos y viceversa.

Aplicar los resultados derivados para el problema de los dos cuerpos para calcular la posición de un cuerpo en el Sistema Solar dados sus elementos orbitales completos.

Escribir el Lagrangiano del sistema restringido circular de los tres cuerpos.

Deducir la posición de los puntos de equilibrio Lagrange.

Deducir las ecuaciones de movimiento de Hamilton y la forma explícita del Hamiltoniano a partir del Lagrangiano.

Escribir las ecuaciones de Hamilton en forma simpléctica.

Escribir la condición para que una transformación sea canónica en forma simpléctica.

Escribir explícitamente algunos métodos numéricos de integración de las ecuaciones de Hamilton y demostrar cuáles son simplécticos y cuáles no lo son

Demostrar numéricamente el cálculo de una sección de Poincaré.

Calcular numéricamente la evolución del exponente de Lyapunov para un par

de órbitas hermanas de una partícula de prueba sometida a la interacción gravitacional de dos cuerpos masivos.

## 7. CONTENIDOS

### Contenido Resumido

- 1-Introducción matemática y física
- 2-El formalismo vectorial de la mecánica celeste
- 3-El Formalismo lagrangiano
- 4-El formalismo Hamiltoniano
- 5-Caos clásico en mecánica celeste

### Unidades Detalladas

#### Unidad 1. Introducción matemática y física (2 semanas)

##### *Contenidos conceptuales:*

Propiedades geométricas básicas de las curvas cónicas

Cantidades cinemáticas y dinámicas básicas

Leyes newtonianas del movimiento

##### *Contenidos procedimentales:*

Derivación de las ecuaciones algebraicas de las cónicas.

Deducción de las leyes del movimiento en un sistema rotante.

##### *Contenidos actitudinales:*

El valor de la geometría en los problemas de mecánica celeste.

La importancia de la demostración de las fórmulas básicas de las cónicas en física.

La importancia de las fuerzas ficticias para la descripción correcta de los fenómenos físicos en sistemas no inerciales.

#### Unidad 2. El formalismo vectorial de la mecánica celeste (5 semanas)

##### *Contenidos conceptuales:*

El problema de los N cuerpos y sus constantes de movimiento.

El problema de los dos cuerpos y su reducción al problema equivalente de un cuerpo.

Constantes de movimiento en el problema de los dos cuerpos.

Solución geométrica al problema de los dos cuerpos

Cálculos numéricos en mecánica celeste.

Elementos orbitales y solución al problema de los dos cuerpos en el tiempo.

El problema de los tres cuerpos.

Ecuaciones de movimiento en el problema de los 3 cuerpos para sistemas inerciales y rotantes.

La constante de Jacobi y las regiones de exclusión.

Los puntos de Lagrange y su estabilidad.

El criterio de Tisserand para la identificación de cometas.

*Contenidos procedimentales:*

Deducción de las 10 constantes de movimiento del problema de los N cuerpos.

Derivación de las ecuaciones de movimiento relativo en el problema de los dos cuerpos y su reducción su equivalente unidimensional.

Deducción de las constantes de movimiento del problema de los dos cuerpos.

Derivación de la ecuación que relaciona la posición radial con la angular. Es decir, la solución geométrica al problema de los dos cuerpos.

Calculo del sistema de unidades apropiado para cálculos numéricos en astrodinámica.

Calculo de la posición en función del tiempo de diversos objetos astronómicos.

El problema de los tres cuerpos.

Derivación de las ecuaciones de movimiento en sistemas inercia y rotantes.

Derivación de la constante de Jacobi.

Calculo de los puntos de equilibrio de Lagrange y análisis de su estabilidad.

Deducción de la ecuación de Tisserand para órbitas elípticas.

*Contenidos actitudinales:*

Entender la importancia de la existencia de cantidades conservadas, y reconocer el valor que estas tienen en la solubilidad de problemas mecánicos.

Comprender el valor de una correcta elección del sistema de unidades como paso previo a la implementación de programas computacionales.

Comprender la importancia de las soluciones dinámicas por

encima de las soluciones geométricas en los problemas de mecánica celeste, ya que las soluciones dinámicas son las herramientas más útiles al momento de predecir fenómenos astronómicos.

Valorar la importancia de los puntos de equilibrio de Lagrange para la ubicación de estratégica instrumentación científica.

Valorar la importancia del criterio de Tisserand para identificación de cometas.

### **Unidad 3. El Formalismo lagrangiano (4 semanas)**

#### *Contenidos conceptuales:*

Principio de D'Alembert y las ecuaciones de Euler-Lagrange.

Coordenadas generalizadas y espacio de configuración.

Aplicaciones a problemas dinámicos simples.

Variables cíclicas, simetrías y cantidades conservadas.

El lagrangiano del problema de los dos cuerpos y las ecuaciones de movimiento.

Movimiento bajo un potencial central general.

#### *Contenidos procedimentales:*

Introducir el concepto de variables generalizadas y de espacio de configuración.

Derivación de las ecuaciones de Euler-Lagrange por medio del principio de los trabajos virtuales.

Deducción de la función lagrangiana para sistemas físicos elementales.

Deducción de las ecuaciones de movimiento partiendo de la función lagrangiana y de las ecuaciones de Euler-Lagrange.

Deducción del Lagrangiano de los dos cuerpos y las ecuaciones de movimiento asociadas.

Derivación de las cantidades conservadas asociadas a distintas simetrías.

Soluciones geométricas a movimientos bajo potenciales centrales generales.

#### *Contenidos actitudinales:*

Comprender la importancia de la función Lagrangiana como la



portadora de toda la información dinámica de un sistema físico.

Valorar la simplicidad en la derivación de las cantidades conservadas en el formalismo lagrangiano.

Apreciar los grandes aportes hechos por Euler y Lagrange en esta formulación alternativa de la mecánica.

Apreciar las ventajas del formalismo Lagrangiano frente al Newtoniano ante la solución de problemas dinámicos complejos.

#### **Unidad 4. El formalismo Hamiltoniano (4 semanas)**

##### *Contenidos conceptuales:*

El espacio de fases y las variables canónico-conjugadas.

Las ecuaciones canónicas de Hamilton.

El hamiltoniano del problema de los dos cuerpos.

El hamiltoniano del problema circular restringido de los 3 cuerpos (CRTBP)

Cantidades conservadas en el formalismo hamiltoniano y los corchetes de Poisson.

El principio de mínima acción.

Las transformaciones canónicas y los integradores simplécticos

##### *Contenidos procedimentales:*

Motivación al formalismo Hamiltoniano presentando las implicaciones entre la geometría del espacio de fases y la interpretación del mundo observable.

Derivación de las ecuaciones canónicas de Hamilton partiendo de las ecuaciones de Euler-Lagrange.

Derivación del Hamiltoniano del problema de los dos cuerpos

Derivación del Hamiltoniano del CRTBP.

Derivación de la forma funcional de un corchete de Poisson.

Deducción de cantidades conservadas partiendo de la función Hamiltoniana y de los corchetes de Poisson.

Derivación del principio de mínima acción.

Derivación de las transformaciones canónicas de tipo 1 y su aplicación a la solución del oscilador armónico.

Implementación computacional de algoritmos simplécticos simples y su aplicación a problemas físicos ya conocidos, como el problema de los dos cuerpos.

### *Contenidos actitudinales:*

Se busca que el estudiante comprenda las ventajas del formalismo Hamiltoniano sobre el Lagrangiano a la hora de estudiar desde un punto de vista teórico a los sistemas físicos.

Valorar la importancia del formalismo Hamiltoniano en el nacimiento de las teorías físicas modernas, como la teoría cuántica y la física estadística.

Comprender la utilidad de los corchetes de Poisson en la búsqueda de cantidades conservadas.

Valorar la importancia de los integradores simplécticos en simulaciones astronómicas dada su alta precisión en la conservación de la energía y en la conservación de las trayectorias en el espacio de fases.

### **Unidad 5. Caos clásico en mecánica celeste (1 semanas)**

#### *Contenidos conceptuales:*

El Hamiltoniano de Henon-Heiles

Los diagramas de Poincaré

Exponentes de Lyapunov

El teorema de Kolmogorov-Arnold-Moser

#### *Contenidos procedimentales:*

Describir cuantitativamente el Hamiltoniano de Henon-Heiles.

Describir los pasos para la construcción de un diagrama de Poincaré y motivar su estudio a la luz del caos que pueden presentar ciertos fenómenos astronómicos como las órbitas perturbadas.

Introducir el concepto de exponente de Lyapunov y su uso como herramienta para la cuantificación del caos.

Introducir el teorema de Kolmogorov-Arnold-Moser y su importancia para el estudio de los movimientos cuasiperiódicos de objetos celestes.

#### *Contenidos actitudinales:*

Que el estudiante comprenda la importancia del Hamiltoniano de Henon-Heiles, que en medio de su simplicidad, se constituye en una herramienta importante para la introducción de conceptos básicos de la teoría del caos.

Valorar la importancia de los diagramas de Poincaré y los exponentes de Lyapunov a la hora de estudiar los regímenes caóticos y regulares de los sistemas físicos.

Que el estudiante comprenda y valore el poder del Teorema de

Kolmogorov-Arnold-Moser y sepa restringir los escenarios para su aplicación.

## 8. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

Este curso es de naturaleza enteramente teórica. Sin embargo algunos conceptos y desarrollos en el curso requieren una implementación práctica en la forma de por ejemplo programas de computo, desarrollo detallado de ejemplos resueltos o solución de problemas abiertos en tiempo de clase.

La presentación de los contenidos teóricos puede hacerse a través de la exposición magistral del profesor. Se recomienda sin embargo involucrar al estudiante incluso durante la presentación y desarrollo de la teoría con actividades como salidas al tablero o realización de pequeños cálculos parciales en tiempo de clase.

## 9. EVALUACIÓN

Dada la diversidad de tópicos tratados en el curso se recomienda realizar evaluaciones sumativas con una frecuencia no inferior a dos semanas. Estas pueden hacerse en la forma de tareas o quices. Estas actividades buscan evaluar si los estudiantes están al día con los temas del curso y si han realizado de manera independiente desarrollos propuestos en clase. No se recomienda asignar problemas abiertos para este mecanismo particular de evaluación.

La capacidad para resolver problemas abiertos y demostrar una competencia más amplia en los temas del curso puede evaluarse a través de una o dos pruebas en el semestre con un valor no superior al 15 o 20%.

## 10. BIBLIOGRAFÍA

Collins, George W., The Foundations of Celestial Mechanics, 2004.

Goldstein, Poole, Saftko, Classical Mechanics, Third Edition, 2000.

Danby, Fundamentals of Celestial Mechanics, Second Edition, 1992.

Murray, Dermott, Solar System Dynamics, 2001.

Morbidelli, A., Modern Celestial Mechanics, 2011.

Arnold, V.I. Mathematical Methods of Classical Mechanics, 1989.

Curtis, Howard. Orbital Mechanics for Engineering Students, 2005.

Anghelo, Boris. Mecánica Clásica: Teoría y Problemas Resueltos, 2012.

Zuluaga, J. Notas del Curso Fundamentos de Mecánica Orbital, 2006.

Última actualización: Tue, 01 Aug 2017 13:00:22 -0500

Versión legal: La versión legal de este documento reposa en la Biblioteca de la Universidad de Antioquia y esta firmada por el Decano y el Director de Instituto.

Firma Autorizada Facultad Versión Electrónica: (No autorizado. Este documento es solo un borrador.)